# SPSS İLE İSTATİSTİKSEL VERİ ANALİZİ

*Statistical Packages for the Social Sciences*

**PROF.DR.YÜKSEL TERZİ**

ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
FEN-EDEBİYAT FAKÜLTESİ
İSTATİSTİK BÖLÜMÜ
SAMSUN

2019

## İki Anakütlenin Parametreleriyle İlgili Hipotez Testleri

**Bu testlerin amacı karşıt hipotezde ileri sürülen iddianın kabul edilip edilmeyeceğinin ortaya çıkartılmasıdır. Ancak karşıt hipotezi test etmek mümkün olmadığından, önce sıfır hipotezi test edilir ve bu sonuç karşıt hipotez için genellenir.**

**İki anakütlenin parametreleriyle ilgili hipotez testinin varsayımları:**

- **Örneklemlerin alındığı anakütle normal dağılışlıdır.**
- **Örneklemlerdeki birimler iadeli olarak ve eşit olasılıkla seçilmiş veya anakütleler sonsuz büyüktür.**
- **İki anakütledeki örneklem seçimi birbirinden bağımsızdır.**

## İki Anakütle Ortalaması Arasındaki Farka İlişkin Hipotez Testi

**İki ortalama arasındaki farkın testi yapılırken, kullanılacak test istatistikleri anakütle varyansının bilinmesi ve örnek büyüklüğü dikkate alınarak aşağıdaki şekilde bir sınıflama yapılabilir. Gözlemler Normal dağılış gösteriyorsa ve**

**1) Popülasyon (anakütle) varyansları ($\sigma_1^2, \sigma_2^2$) biliniyor veya popülasyon varyansları bilinmiyor ancak örnekler büyükse (n ≥ 30)**

**2) Popülâsyon varyansları bilinmiyor fakat eşit kabul edilebiliyorsa ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$),**

**3) Popülâsyon varyansları bilinmiyor fakat eşit kabul edilemiyorsa ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ),**

**4) Gruplar bağımlı ise yani eşli gözlemler varsa,**

**farklı her durum için uygun test istatistikleri kullanılarak ilgili testler yapılabilir.**

**Bu varsayımları kontrol için yapılacak kontroller:**

- **Normallik ve simetriyi kontrol et**
  - **Ortalama ve medyanı incele**
  - **Çarpıklık ve basıklık katsayılarını incele**
  - **Her grubun histogram ve kutu grafiklerini çiz ve incele**
- **Varyans homojenliğini kontrol için**
  - **Kutu grafiklerini incele**
  - **Serpilme grafiklerini incele**
- **Aşırı gözlemleri belirlemek için**
  - **Kutu grafikleri incele**
  - **Serpilme grafiklerini incele**
  - **Histogramları incele**

$$X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$$

$$X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$$

## Popülasyon varyansları ( $\sigma_1^2$ ve $\sigma_2^2$ ) biliniyor ve $n_1>30$ , $n_2>30$ ( Z-testi)

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ $\quad$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$ $\quad$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 < 0$

$$Z = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \quad ,$$

| | | |
|---|---|---|
| $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ | $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ | $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ |
| $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ | $H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$ | $H_1: \mu_1 - \mu_2 < 0$ |
| $Z_h>Z_t$ veya $Z_h<-Z_t$ | $Z_h>Z_t$ | $Z_h<-Z_t$ |

ise $H_o$ reddedilir.

## Popülasyon varyansları bilinmiyor ancak

## $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ve $n_1 \leq 30$ , $n_2 \leq 30$ ( t-testi)

**$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$**

**$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$** **$H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$** **$H_1: \mu_1 - \mu_2 < 0$**

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s * \sqrt{(1/n_1) + (1/n_2)}} \quad , \quad s = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

**Bulunan $t_h$ hesap değeri $t_{tablo}$ değeri mukayese edilir.**

**$t_{\alpha,(n1+n2-2)} < t_h$ ise $H_0$ reddedilir.**

## Popülasyon varyansları bilinmiyor ancak $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ve $n_1 \leq 30$ , $n_2 \leq 30$ ( t-testi)

$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ **ise bu tür problemlere Behrens-Fisher Problemi denir.**

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ $\quad$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$ $\quad$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 < 0$

$$t = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

**Bulunan $t_h$ hesap değeri $t_{tablo}$ değeri mukayese edilir. $t_{\alpha,v} < t_h$ ise $H_0$ reddedilir. Serbestlik derecesi aşağıdaki formülle bulunur.**

$$sd = v = \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1+1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2+1}} - 2$$

**Örnek:** **Bulaşık deterjanını plastik kaplara doldurmak için iki makine kullanılıyor. Birinci makineden $n_1$=10 plastik kap, ikinci makineden $n_2$=12 plastik kap seçiliyor. Bu kaplar incelendiğinde birinci makine ortalama 30.87 birim sıvı, ikinci makine ortalama 30.68 birim sıvı doldurmuştur. Varyansları ise sırasıyla 0.0225 ve 0.0324 bulunmuştur.**

**a)** **Varyansları homojen ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$) kabul ederek, %95 güven düzeyinde (%5 anlamlılık düzeyinde) birinci makinenin daha fazla sıvı doldurduğu söylenebilir mi?**

**b)** **Varyansları heterojen ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$) kabul ederek, %95 güven düzeyinde birinci makinenin daha fazla sıvı doldurduğu söylenebilir mi?**

**Çözüm :**

$\overline{X}_1 = 30.87$ $\quad s_1^2 = 0.0225$ $\quad n_1 = 10$ $\quad H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$\overline{X}_2 = 30.68$ $\quad s_2^2 = 0.0324$ $\quad n_2 = 12$ $\quad H_1 : \mu_1 > \mu_2$

**a)** $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ **ise**

$$s = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}} = \sqrt{\frac{(10-1)0.0225 + (12-1)0.0324}{10+12-2}} = 0.167$$

$$t = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s * \sqrt{(1/n_1) + (1/n_2)}} = \frac{(30.87 - 30.68) - 0}{0.167 * \sqrt{(1/10) + (1/12)}} = 2.657$$

**$t_{\alpha,(n1+n2-2)} = t_{005,(10+12-2)} = t_{0.05,20} = 1.725 < t_h = 2.657$ olduğundan $H_0$ reddedilir.**

**Karar:** **İki makineden birinci makinenin daha fazla sıvı doldurduğu %95 güvenilirlikle söylenebilir.**

**b)** $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ **ise**

$$sd = v = \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{\dfrac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1+1} + \dfrac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2+1}} - 2 = \frac{(0.025/10 + 0.0324/12)^2}{\dfrac{(0.025/10)^2}{10+1} + \dfrac{(0.0324/12)^2}{12+1}} - 2 = 22.02$$

$$t = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{(30.87 - 30.68)}{\sqrt{\dfrac{0.0225}{10} + \dfrac{0.0324}{12}}} = 2.699$$

**$t_{\alpha,v} = t_{0.05,\ 22.02} = 1.717 < t_h = 2.699$ olduğundan $H_0$ reddedilir.**

**Karar :** $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ **olduğunda birinci makinenin daha etkin olduğu söylenebilir.**

## Varyansların Homojenlik Testi :

### i.) Bartlett Homojenlik Testi

$\hat{\sigma}_i^2$ , $i = 1,2,\ldots, t$ **t adet varyansın homojenlik kontrolü için, sıfır hipotezi:**

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_t^2 \qquad U = \frac{1}{C}\left[ \nu \log_e\left(\hat{\sigma}^2\right) - \sum_{i=1}^{t} \nu_i \log_e\left(\hat{\sigma}^2\right) \right]$$

**Eğer hesaplanan U değeri** $U > \chi^2_{\alpha(t-1)}$ **ise Ho reddedilir. Burada**

$$\nu = \sum_{i=1}^{t} \nu_i \quad , \quad \hat{\sigma}^2 = \sum \frac{\nu_i \hat{\sigma}_i^2}{\nu}$$

$\nu_i = df_i$ **t grubun her grubunun serbestlik derecelerini göstermektedir.**

$$C = 1 + \frac{1}{3(t-1)}\left[ \sum_{i=1}^{t} \frac{1}{\nu_i} - \frac{1}{\nu} \right]$$

# ii. Levens' in Varyans Heterojenlik Testi

**Denemede (k) tane grup varsa bu grupların varyanslarının heterojenliğini test için kullanılan basit bir testtir. Bartlett testine benzemektedir, ancak hesabı biraz daha kolaydır.**

$$W = \frac{(N-k)}{(k-1)} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (\overline{Z}_{i.} - \overline{Z}_{..})^2}{\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{ni} (Z_{ij} - \overline{Z}_{i.})^2},$$

**Burada k: muamele grup sayısı, ni: i nci gruptaki gözlem sayısıdır, ve $Z_{ij}$ hesaplanırken ortalamaya göre, medyana göre veya budanmış ortalamaya göre hesaplanabilir. Şöyle ki;**

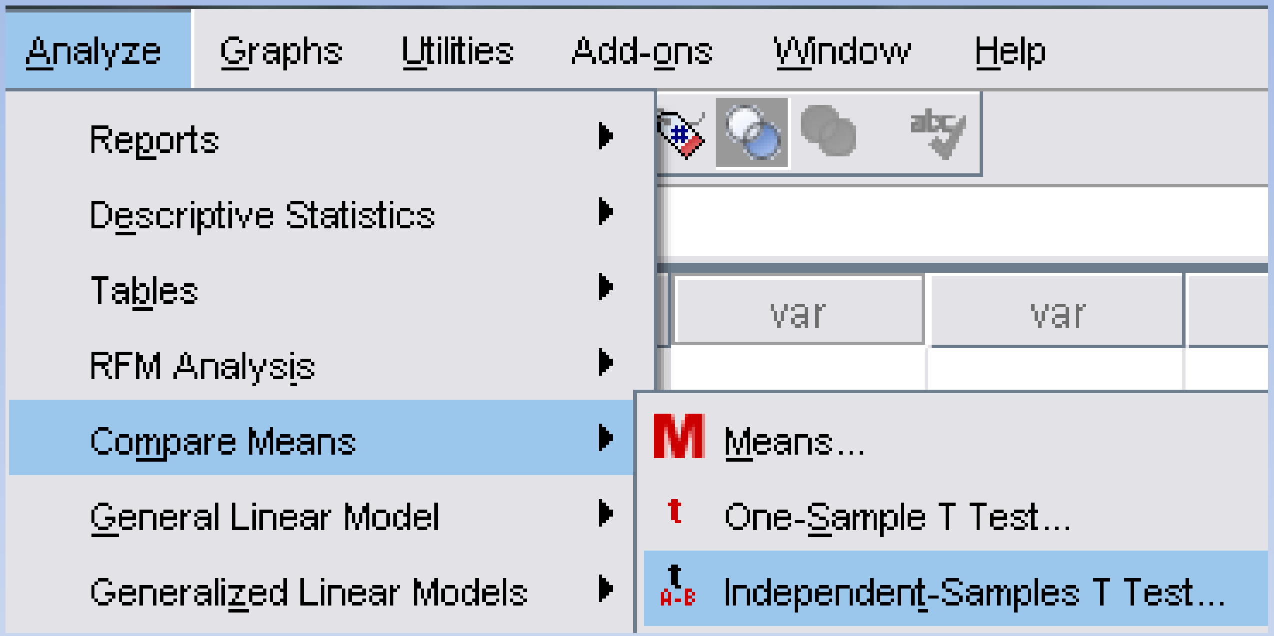
$Zij = \left| Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} \right|$, $\overline{Y}_{i.}$ **: i nci grubun aritmetik ortalaması**

$Zij = \left| Y_{ij} - \tilde{Y}_{i.} \right|$, $\tilde{Y}_{i.}$ **: i nci grubun medyandır.**

$Zij = \left| Y_{ij} - \overline{Y'}_{i.} \right|$, $\overline{Y'}_{i.}$ **: i nci grubun budanmış ortalamasıdır.**

$\overline{Z}_{i.}$ **: i nci grubun ortalamasıdır,** $\overline{Z}_{..}$ **ise genel ortalamadır.**

# İki Bağımsız Örnek için T testi



**Örnek:** **Psikolog uykunun hatırlama üzerine etkisini araştırıyor. Günde 12 saat uyuyan 12 öğrenci ile günde 5 saat uyuyan diğer 12 öğrenciye hatırlama testi uyguluyor. Aldığı puanlar aşağıdaki şekilde belirleniyor.**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **8 saat uyuyanlar: 40** | **45** | **52** | **61** | **65** | **75** |
| **5 saat uyuyanlar:30** | **35** | **48** | **52** | **54** | **60** |

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \qquad veya \qquad H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \qquad \qquad H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$$\alpha = 0,05 \quad , \quad n_1 = 6 \quad , \quad n_2 = 6$$

| | Puan | Grup |
|---|---|---|
| 1 | 40 | 1 |
| 2 | 45 | 1 |
| 3 | 52 | 1 |
| 4 | 61 | 1 |
| 5 | 65 | 1 |
| 6 | 75 | 1 |
| 7 | 30 | 2 |
| 8 | 35 | 2 |
| 9 | 48 | 2 |
| 10 | 52 | 2 |
| 11 | 54 | 2 |
| 12 | 60 | 2 |

**Tests of Normality**

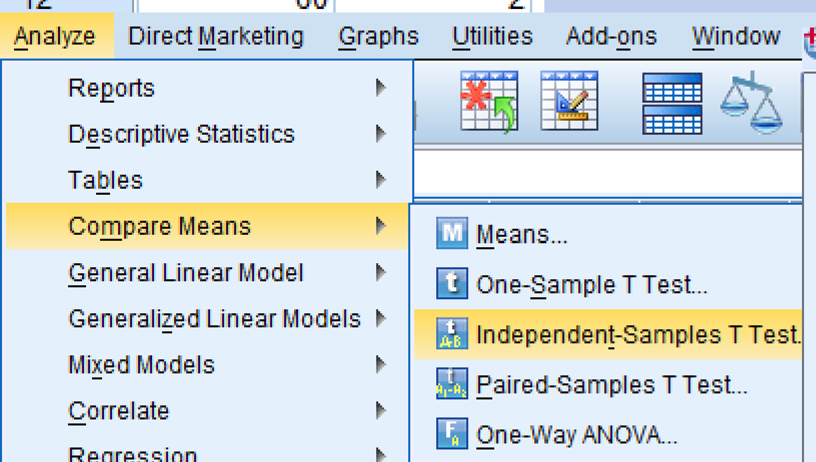
| | | Kolmogorov-Smirnov[a] | | | Shapiro-Wilk | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | grup | Statistic | df | Sig. | Statistic | df | Sig. |
| Puan | 1 | ,140 | 6 | ,200* | ,973 | 6 | ,910 |
| | 2 | ,218 | 6 | ,200* | ,923 | 6 | ,530 |

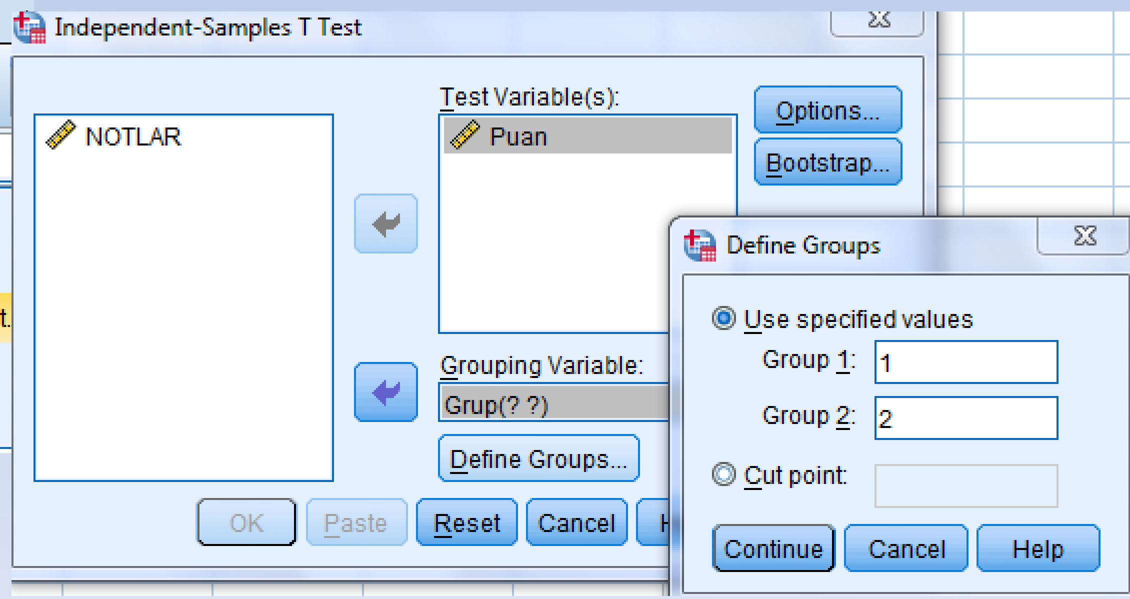
a. Lilliefors Significance Correction

*. This is a lower bound of the true significance.

**$P_1=0,910>0,05$ $P_2=0,530>0,05$**

**Veriler normal dağılışlıdır.**



**Group Statistics**

| | Grup | N | Mean | Std. Deviation | Std. Error Mean |
|---|---|---|---|---|---|
| Puan | 1 | 6 | 56,33 | 13,110 | 5,352 |
| | 2 | 6 | 46,50 | 11,623 | 4,745 |

**Independent Samples Test**

| | | Levene's Test for Equality of Variances | | t-test for Equality of Means | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | 95% Confidence Interval of the Difference | |
| | | F | Sig. | t | df | Sig. (2-tailed) | Mean Difference | Std. Error Difference | Lower | Upper |
| Puan | Equal variances assumed | ,162 | ,696 | 1,375 | 10 | ,199 | 9,833 | 7,153 | -6,104 | 25,771 |
| | Equal variances not assumed | | | 1,375 | 9,859 | ,200 | 9,833 | 7,153 | -6,135 | 25,802 |

Homojenlik Testi : p=0,929>0,05 varyanslar homojendir.

Independent t-test: p=0,232>0,05 $H_0$ red edilemez. Ortalamalar arasında fark yoktur. Yani 8 saat uyuyan öğrenciler ile 5 saat uyuyan öğrencilerin not ortalamaları arasında %5 önem seviyesinde istatistiksel olarak önemli bir farklılık yoktur.

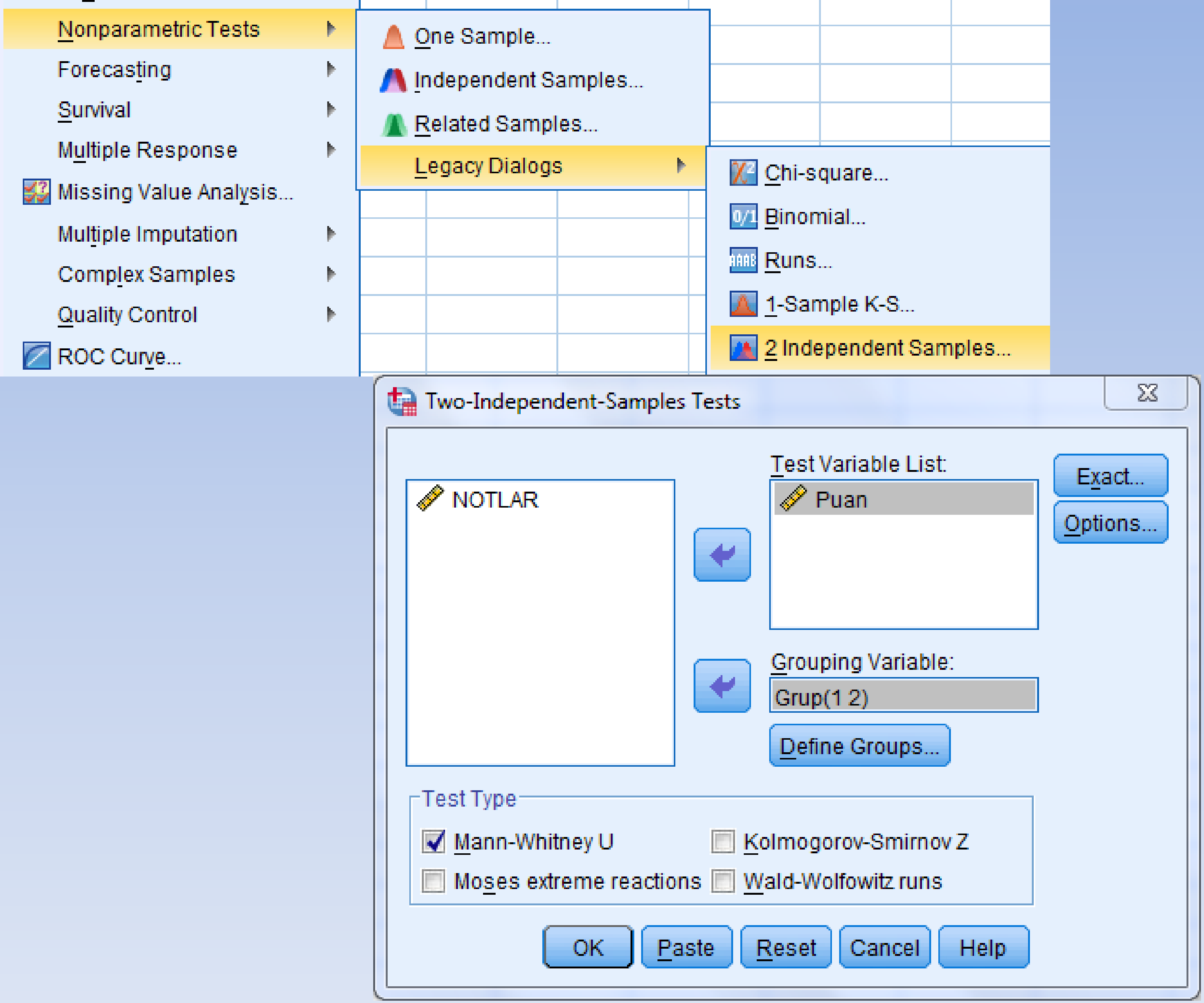
# Mann-Whitney U Testi

İki bağımsız grupta eğer veriler normal dağılış göstermiyorsa, Non Parametric testlerden Mann-Whitney U testi kullanılır. Veriler normal dağılmadığında bağımsız iki örneğin aynı meydanlı popülasyondan alınmış rasgele örnekler olup olmadığını test eder. Bağımsız iki örneklem t testinin parametrik olmayan alternatifidir.

$H_0$ :$n_1$ ve $n_2$ hacimli veri setleri aynı meydanlı dağılıma sahiptir.
$H_1$ :n1 ve n2 hacimli veri setleri aynı meydanlı dağılıma sahip değildir.

Veya

H0: örneklemler aynı anakütleden alınmıştır.
H1: örneklemler aynı anakütleden alınmamıştır.


Nonparametric Tests
Forecasting
Survival
Multiple Response
Missing Value Analysis...
Multiple Imputation
Complex Samples
Quality Control
ROC Curve...
One Sample...
Independent Samples...
Related Samples...
Legacy Dialogs
Chi-square...
Binomial...
Runs...
1-Sample K-S...
2 Independent Samples...
Two-Independent-Samples Tests
NOTLAR
Test Variable List:
Puan
Exact...
Options...
Grouping Variable:
Grup(1 2)
Define Groups...
Test Type
Mann-Whitney U
Kolmogorov-Smirnov Z
Moses extreme reactions
Wald-Wolfowitz runs
OK
Paste
Reset
Cancel
Help

**Test Statistics**[b]

| | Puan |
|---|---|
| Mann-Whitney U | 10,500 |
| Wilcoxon W | 31,500 |
| Z | -1,203 |
| Asymp. Sig. (2-tailed) | ,229 |
| Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)] | ,240[a] |

a. Not corrected for ties.

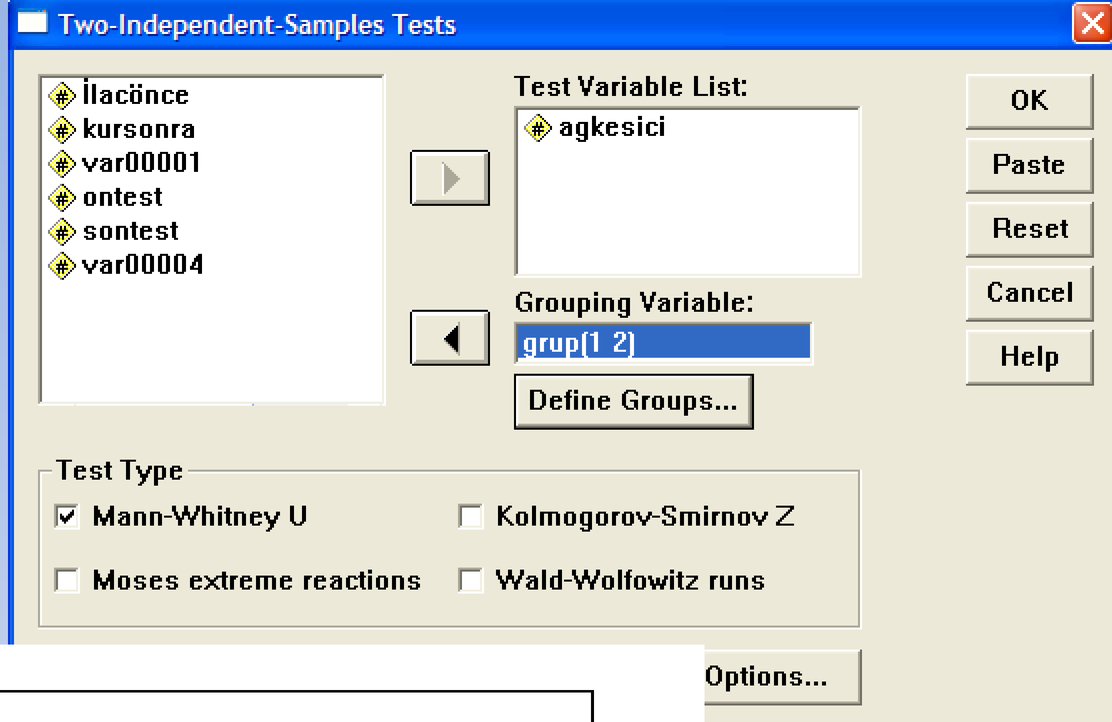
b. Grouping Variable: grup

**P=0,229>0,05 olduğundan $H_0$ hipotezi red edilemez, yani iki grubun notları arasında fark yoktur denilebilir.**

**Örnek:** Kaburga kırığı olan hastaların ağrı kesici skorları aşağıdaki gibi olsun. Veriler normal dağılış göstermediğine göre ilaç grubu ile tens grubunun ortalama skorları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır.

| İlaç grubu | Tens grubu | İlaç grubu | Tens grubu |
|---|---|---|---|
| 7 | 15 | 10 | 14 |
| 6 | 14 | 6 | 12 |
| 4 | 17 | 9 | 14 |
| 11 | 16 | 3 | 17 |
| 16 | 16 | 13 | 16 |
| 4 | 16 | 5 | |

| agkesici | grup |
|---|---|
| 7 | 1 |
| 6 | 1 |
| 4 | 1 |
| 11 | 1 |
| 16 | 1 |
| 4 | 1 |
| 10 | 1 |
| 6 | 1 |
| 9 | 1 |
| 3 | 1 |
| 13 | |
| 5 | |
| 15 | |
| 14 | |
| 17 | |
| 16 | |
| 16 | |
| 16 | |
| 14 | |
| 12 | |
| 14 | |
| 17 | |
| 16 | 2 |




**Test Statistics**[b]

| | AGKESICI |
|---|---|
| Mann-Whitney U | 8,000 |
| Wilcoxon W | 86,000 |
| Z | -3,594 |
| Asymp. Sig. (2-tailed) | ,000 |
| Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)] | ,000[a] |

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: GRUP

**P=0,00<0.01 olduğundan ilaç ve tens tedavi biçimleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur.**

# Wald-Wolfowitz Testi

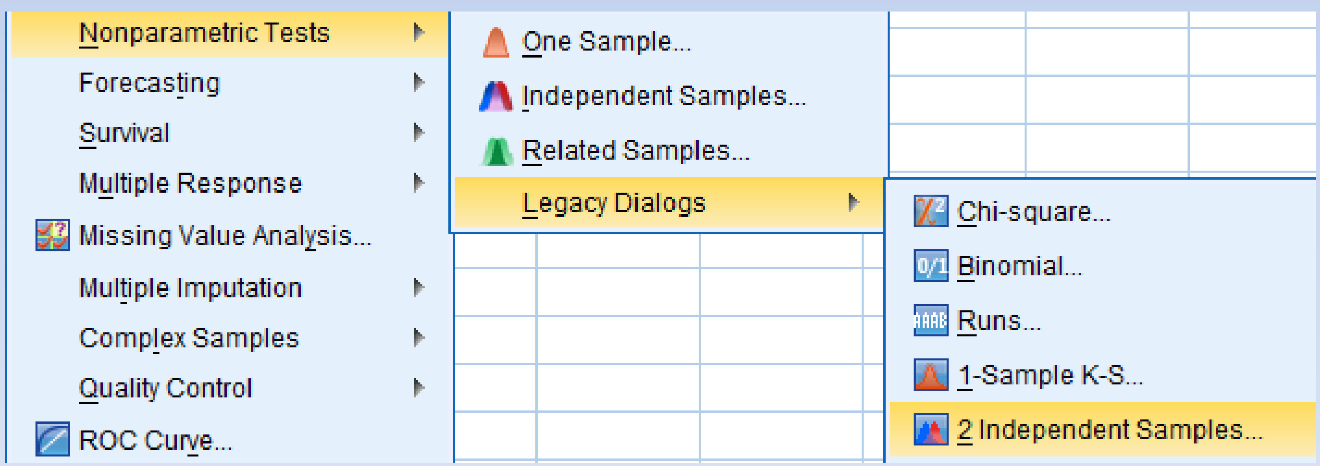
İki bağımsız grupta eğer veriler normal dağılış göstermiyorsa ve iki örneklemin aynı dağılıma sahip anakütleden gelip gelmediğini test etmek için kullanılan parametrik olmayan bir testtir.

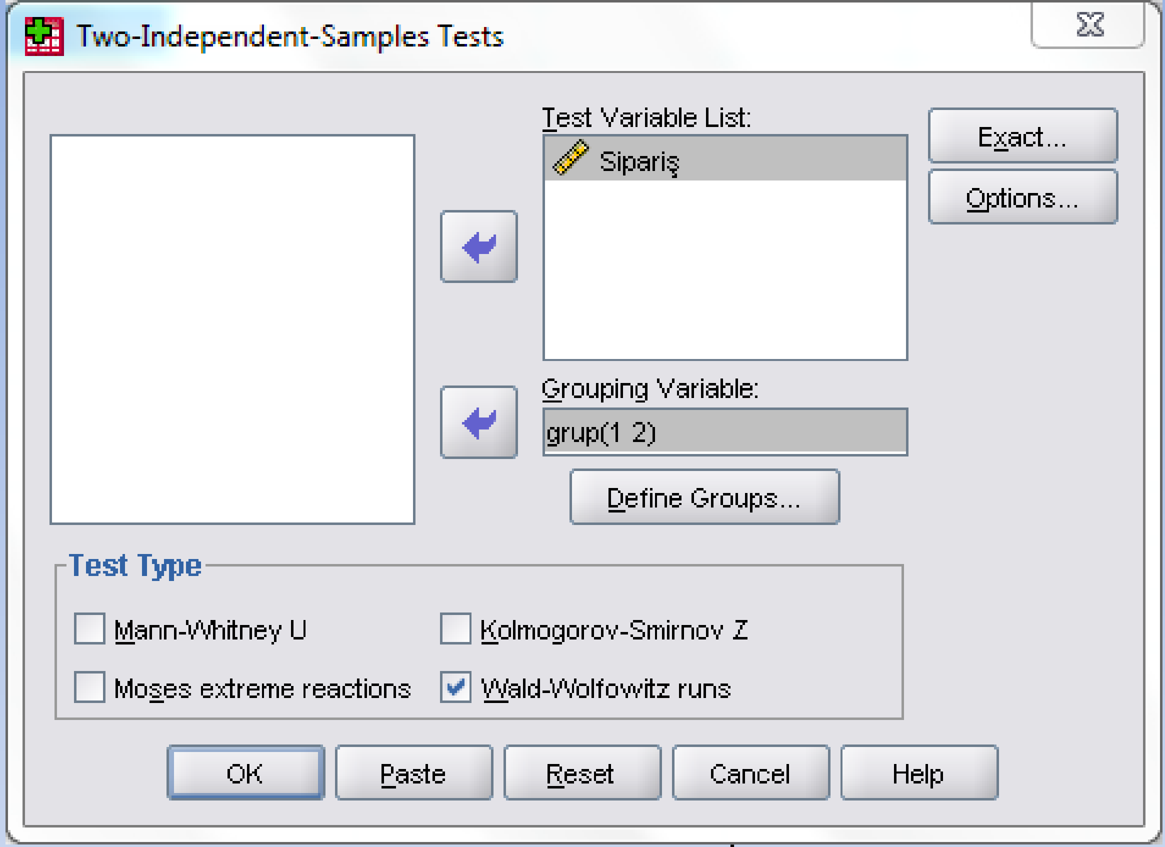
**Örnek.** İki farklı beyinin vermiş oldukları otomobil siparişleri aşağıdaki gibidir.

| grup | Sipariş |
|---|---|
| 1 | 5 |
| 1 | 12 |
| 1 | 56 |
| 1 | 61 |
| 1 | 77 |
| 1 | 95 |
| 2 | 12 |
| 2 | 20 |
| 2 | 96 |
| 2 | 100 |
| 2 | 104 |
| 2 | 110 |

$H_0$: İki örneklem aynı dağılıma sahip anakütleden alınmıştır.

$H_1$: İki örneklem farklı dağılıma sahip anakütleden alınmıştır






**Test Statistics**[b,c]

| | | Number of Runs | Z | Exact Sig. (1-tailed) |
|---|---|---|---|---|
| Sipariş | Minimum Possible | 4[a] | -1,514 | ,067 |
| | Maximum Possible | 6[a] | -,303 | ,392 |

a. There are 1 inter-group ties involving 2 cases.

b. Wald-Wolfowitz Test

c. Grouping Variable: grup

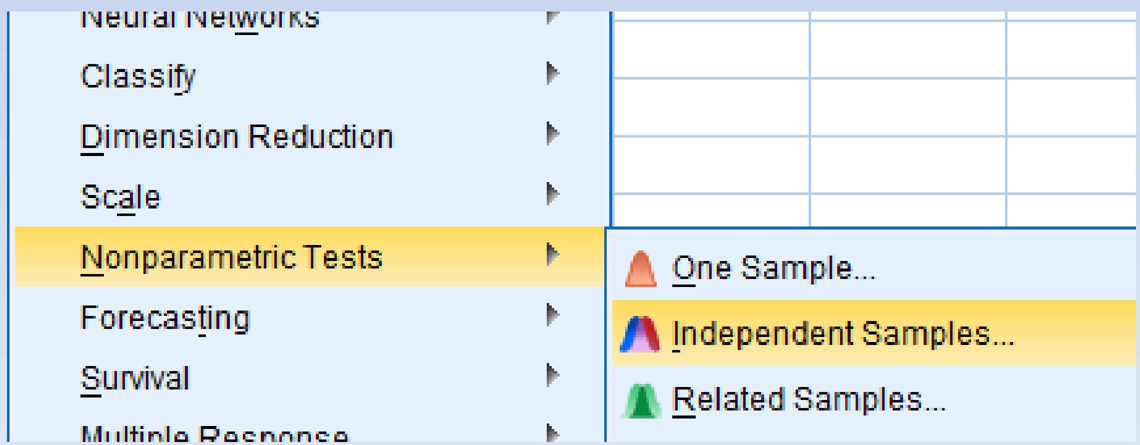
# Moses Testi

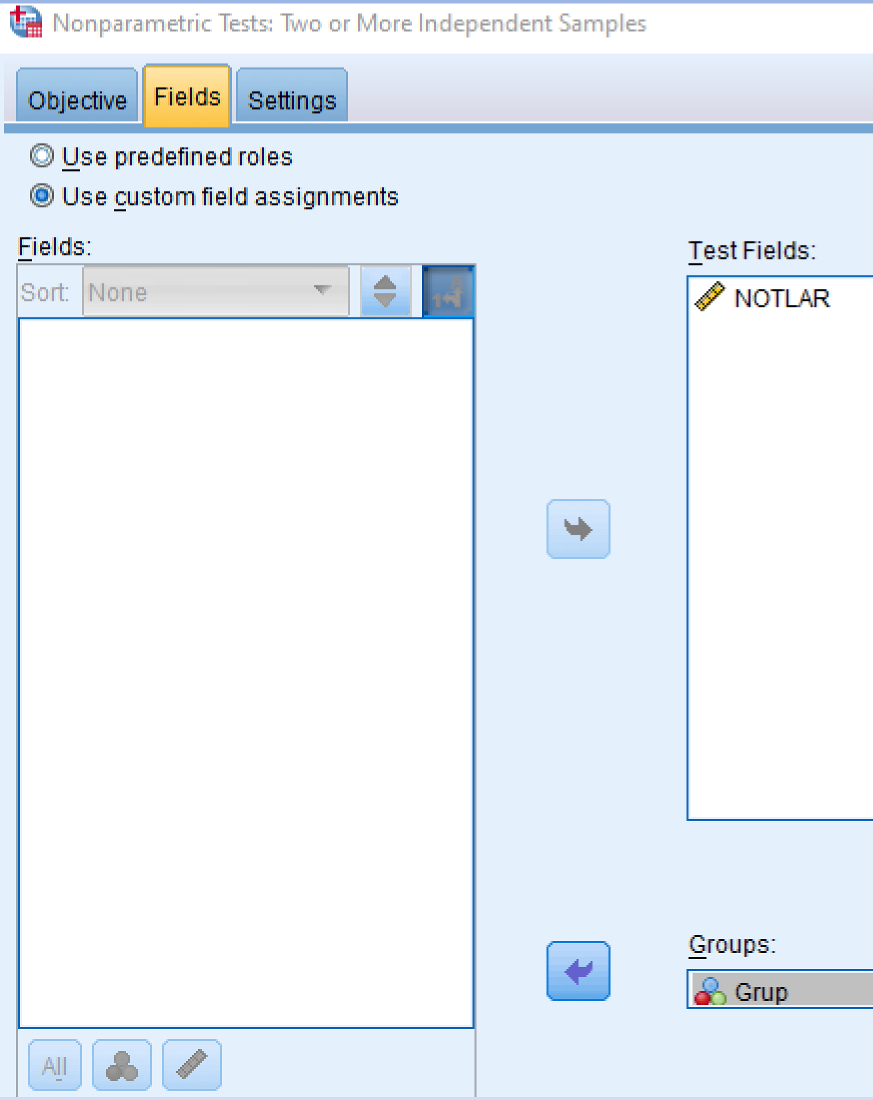
İki dağılım parametresinin eşitliği ile ilgili bir testtir. Moses testinde yer parametrelerinin eşitliği varsayımı yoktur. Veriler bağımsız, rassal, en az aralık ölçeğinde ve sürekli veriler olmalıdır.

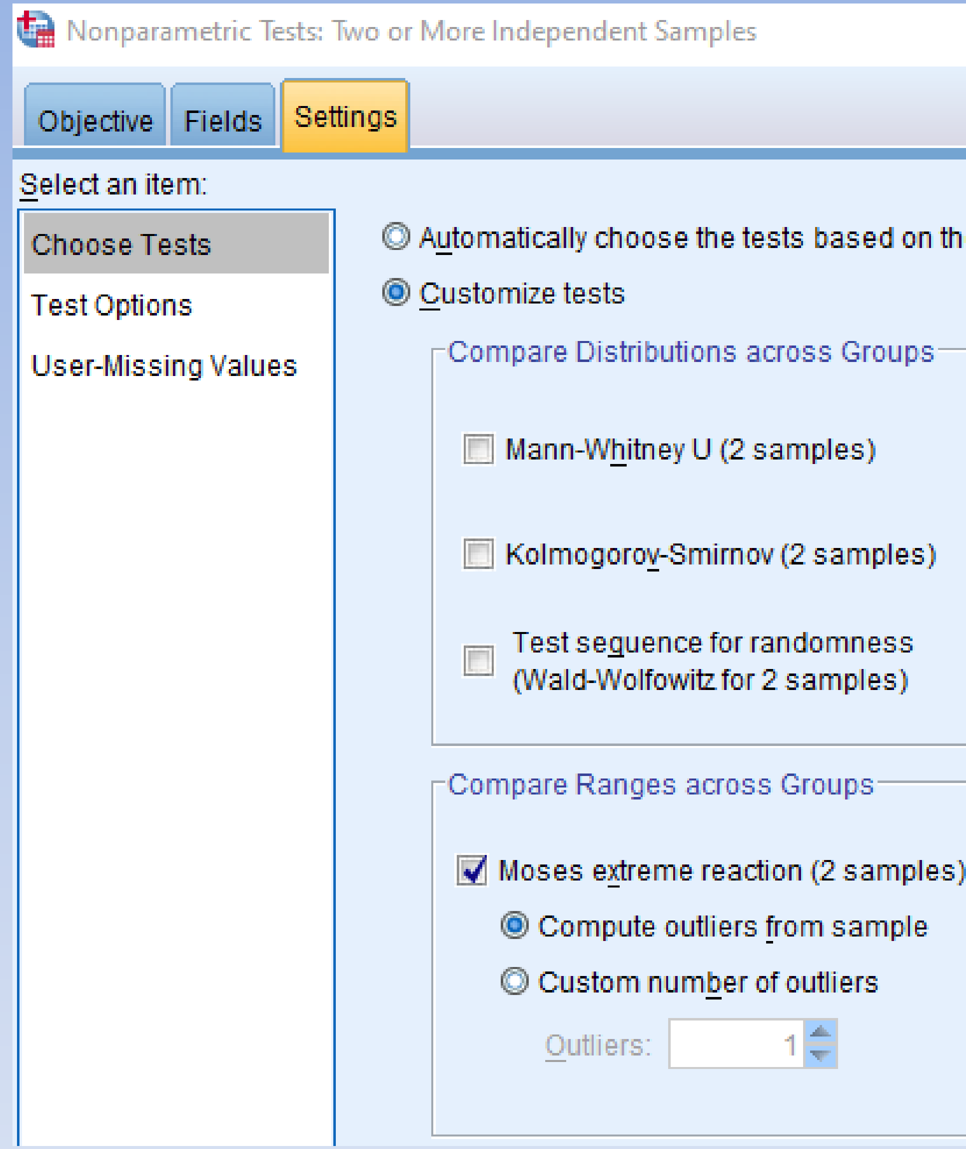
$H_0$: İki değişkene ait dağılım aynıdır.
$H_1$: : İki değişkene ait dağılım farklıdır.

Örnek: iki grup öğrencilerin notları aşağıdaki gibidir. %5 önem seviyesinde bu iki grup öğrencilerin notları arasında farklılık var mıdır? (Verilerin normal dağılış göstermediği varsayılıyor).

| | NOTLAR | Grup |
|---|---|---|
| 1 | 200 | A |
| 2 | 225 | A |
| 3 | 240 | A |
| 4 | 250 | A |
| 5 | 275 | A |
| 6 | 280 | B |
| 7 | 300 | B |
| 8 | 325 | B |
| 9 | 350 | B |
| 10 | 400 | B |




Nonparametric Tests: Two or More Independent Samples
Objective
Fields
Settings
Use predefined roles
Use custom field assignments
Fields:
Sort:
None
Test Fields:
NOTLAR
Groups:
Grup
All


Nonparametric Tests: Two or More Independent Samples
Objective
Fields
Settings
Select an item:
Choose Tests
Test Options
User-Missing Values
Automatically choose the tests based on the
Customize tests
Compare Distributions across Groups
Mann-Whitney U (2 samples)
Kolmogorov-Smirnov (2 samples)
Test sequence for randomness
(Wald-Wolfowitz for 2 samples)
Compare Ranges across Groups
Moses extreme reaction (2 samples)
Compute outliers from sample
Custom number of outliers
Outliers:
1

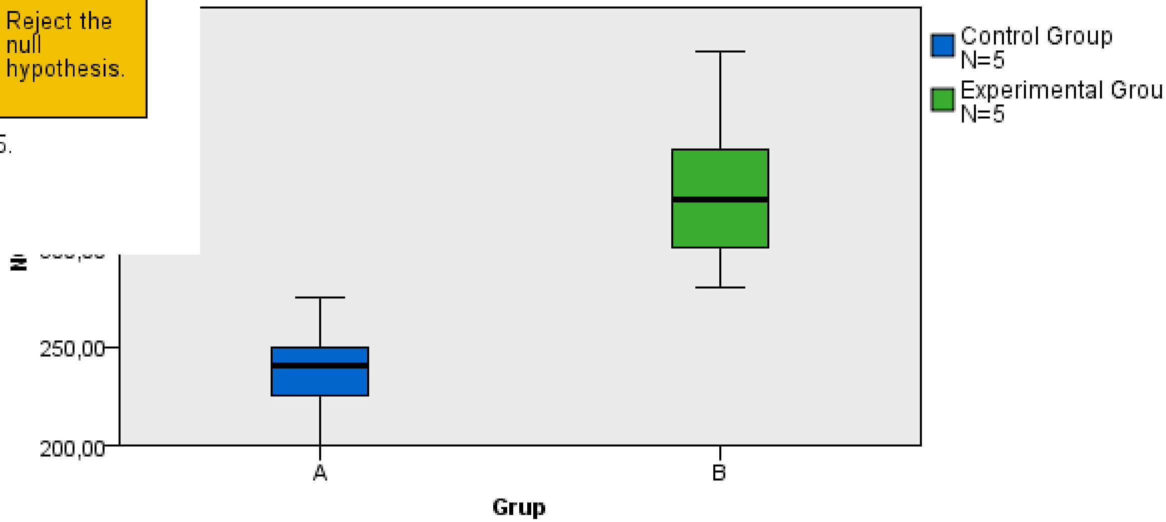
**Hypothesis Test Summary**

| | Null Hypothesis | Test | Sig. | Decision |
|---|---|---|---|---|
| 1 | The range of NOTLAR is the same across categories of Grup. | Independent-Samples Moses Test of Extreme Reaction | ,000[1] | Reject the null hypothesis. |

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

[1] Exact significance is displayed for this test.

**Independent-Samples Moses Test of Extreme Reaction**




| | | |
|---|---|---|
| Total N[1] | | 10 |
| Observed Control Group | Test Statistic[1] | 5,000 |
| | Exact Sig. (1-sided test)[1] | ,000 |
| Trimmed Control Group | Test Statistic[1] | 3,000 |
| | Exact Sig. (1-sided test)[1] | ,000 |
| Outliers Trimmed from each End[1] | | 1,000 |

[1] The test statistic is the span.

P=0,000<0,05 H0 red. edilir. İki grup öğrencilerin notları arasında farklılık vardır.

# İki Bağımlı (Eşli) Anakütle Ortalaması Arasındaki Farkın Hipotez Testi

Aynı fert üzerinde farklı zamanlarda ölçümler alındığında ve bunların karşılaştırılması söz konusu olduğu durumlarda bağımlı (eşli) grup ortaya çıkar.

Eşleştirilmiş fertlerle yapılan testlerde kullanılan test istatistiği daha önceki grup karşılaştırmalarında kullanılanlardan daha farklıdır. Çünkü grup karşılaştırmalarında $X_1$ ile $X_2$ değişkenlerinin birbirinden bağımsız olduğu varsayılmaktaydı. Eşleştirilmiş gözlemlerde ise $X_1$ ve $X_2$ ölçümleri aynı birey üzerinde veya çok benzer bireyler üzerinden yapıldığı için bağımlı olacaktır. Yani $n_1 = n_2 = n$ (gözlem çifti sayısı ) olacaktır.

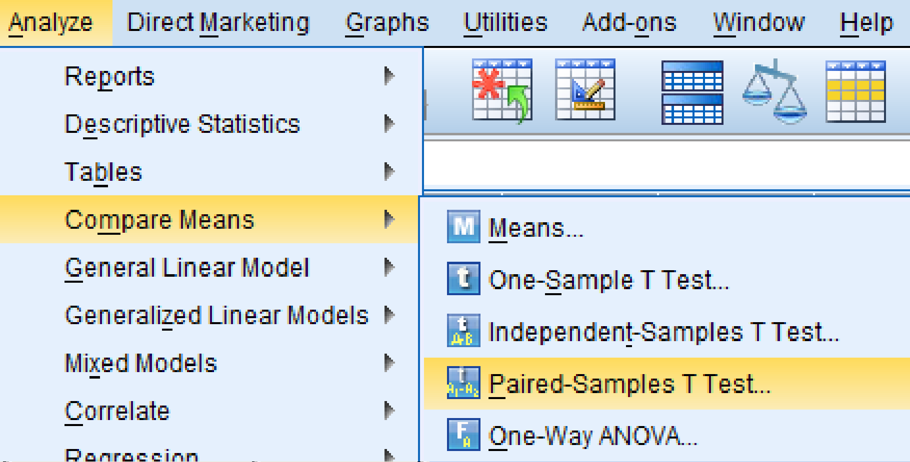
$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$$

$$S^2{}_d = \frac{\sum_{i=1}^{n} d^2{}_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} d_i\right)^2}{n}}{n-1}$$

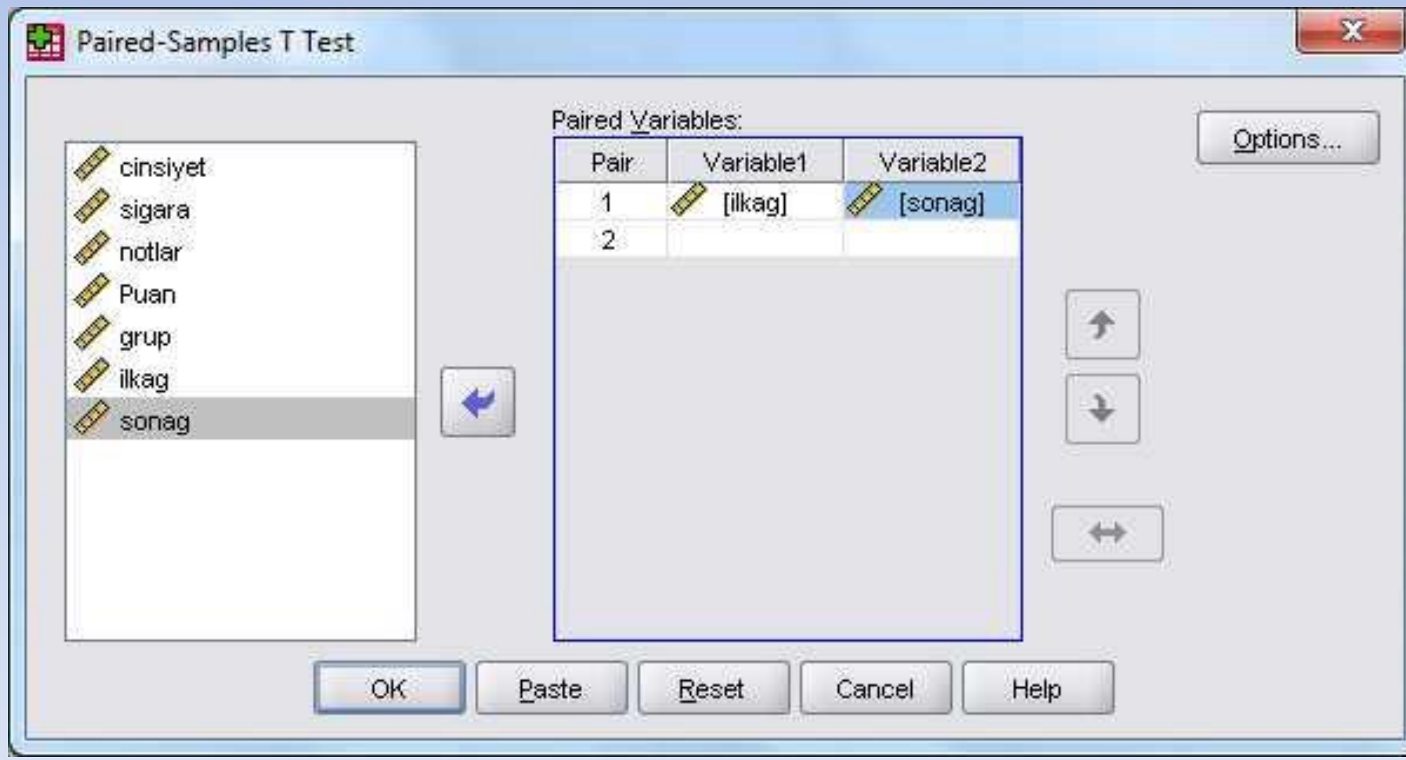
$$t = \frac{\bar{d} - \delta}{\sqrt{\frac{s_d^2}{n}}}$$

**Ho: $\delta$=0 ve H$_1$: $\delta \neq 0$**

# İki Bağımlı Örnek için T testi




| ilkag | sonag |
|---|---|
| 26,72 | 32,63 |
| 30,82 | 32,22 |
| 26,75 | 28,51 |
| 28,75 | 30,65 |
| 23,75 | 34,53 |
| 31,42 | 30,09 |
| 30,72 | 33,08 |
| 25,32 | 28,31 |
| 29,31 | 34,81 |
| 28,77 | 35,44 |
| 24,76 | 28,56 |
| 27,11 | 30,38 |
| 29,88 | 31,54 |
| 31,60 | 28,08 |
| 30,24 | 28,27 |
| 29,71 | 29,97 |
| 30,48 | 33,13 |



# T-Test

**Paired Samples Statistics**

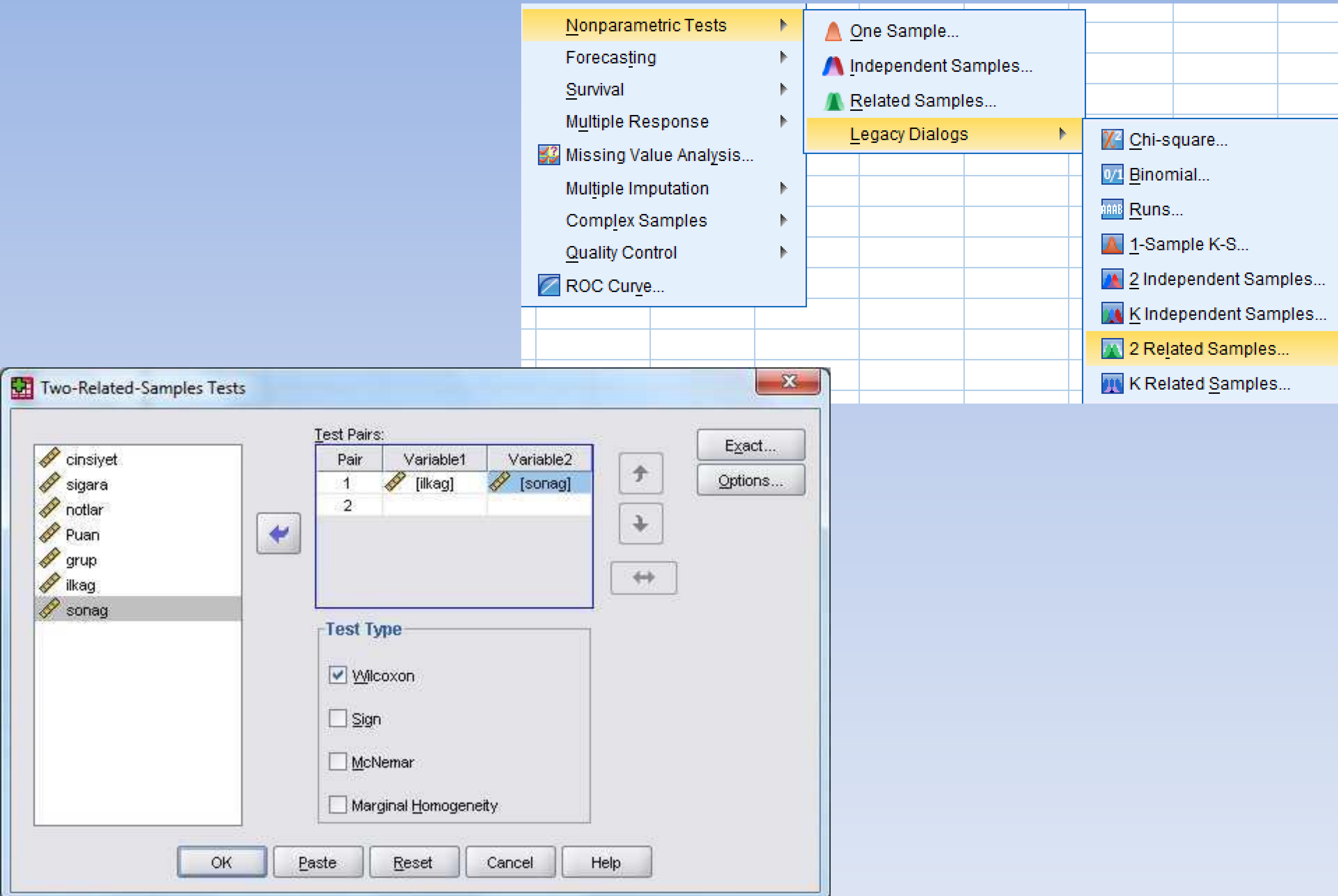
| | | Mean | N | Std. Deviation | Std. Error Mean |
|---|---|---|---|---|---|
| Pair 1 | ILKAG | 28,5228 | 32 | 2,5398 | ,4490 |
| | SONAG | 31,1000 | 32 | 2,8225 | ,4989 |

**Paired Samples Test**

| | | Paired Differences | | | | | t | df | Sig. (2-tailed) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 95% Confidence Interval of the Difference | | | | |
| | | Mean | Std. Deviation | Std. Error Mean | Lower | Upper | | | |
| Pair 1 | ILKAG - SONAG | -2,5772 | 3,2898 | ,5816 | -3,7633 | -1,3911 | -4,432 | 31 | ,000 |

P<0.01 olduğundan yokluk hipotezi reddedilir. Yani ilk ağırlık değerleri ile son ağırlık değerlerinin ortalamaları birbirinden önemli ölçüde farklıdır.

# Eğer verile normal dağılış göstermeseydi, Non-Parametric testlerden Wilcoxon testi kulllanılır.



**Test Statistics[b]**

| | sonra - once |
|---|---|
| Z | -2,549[a] |
| Asymp. Sig. (2-tailed) | ,011 |

a. Based on positive ranks.

b. Wilcoxon Signed Ranks Test

**P=0,011<0,05 $H_0$ red edilir.**

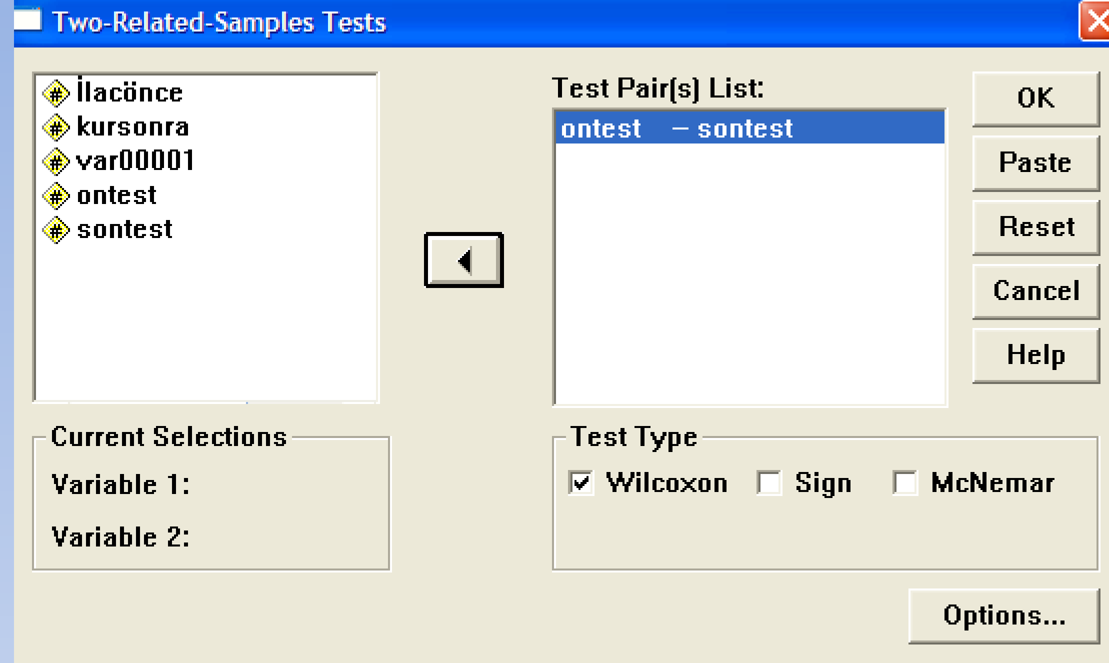
## Wilcoxon İşaretli Sıra Testi (Wilcoxon signed ranks test)

**Veriler normal dağılmadığında bağımlı iki örnek arasındaki farkın önemliliğini test eder. Eşleştirilmiş t testini parametrik olmayan alternatifidir. Ortalama olarak medyan kullanılır. n birimlik örnekten elde edilen iki gözlem seti farkının medyanı sıfır olan toplumdan çekilmiş rasgele bir örnek olup olmadığını test eder.**

**Örnek: Rasgele seçilen 8 bireyin öntest ve sontest puanları aşağıdaki gibidir.**

| Öntest | Sontest | Öntest | Sontest |
|---|---|---|---|
| 53 | 48 | 51 | 53 |
| 47 | 37 | 67 | 74 |
| 38 | 51 | 74 | 67 |
| 48 | 48 | 48 | 57 |

| ontest | sontest |
|---|---|
| 53 | 48 |
| 47 | 37 |
| 38 | 51 |
| 48 | 48 |
| 51 | 53 |
| 67 | 74 |
| 74 | 67 |
| 48 | 57 |




**Test Statistics**[b]

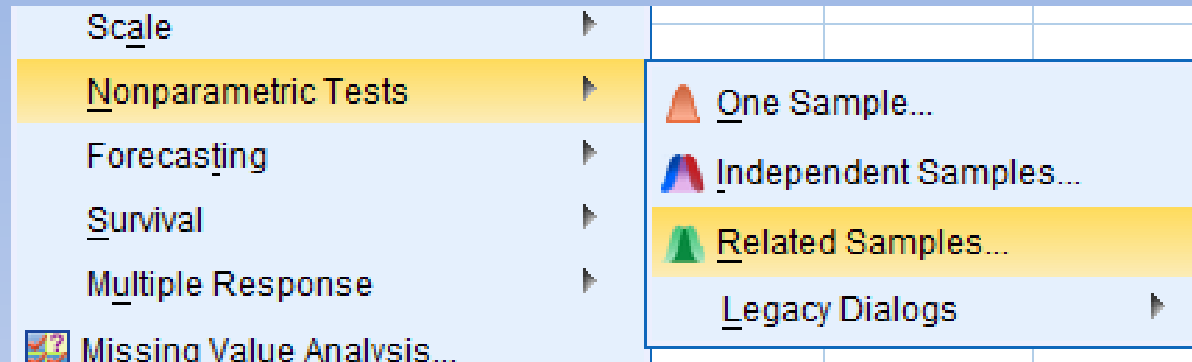
| | SONTEST - ONTEST |
|---|---|
| Z | -,423[a] |
| Asymp. Sig. (2-tailed) | ,672 |

a. Based on negative ranks.

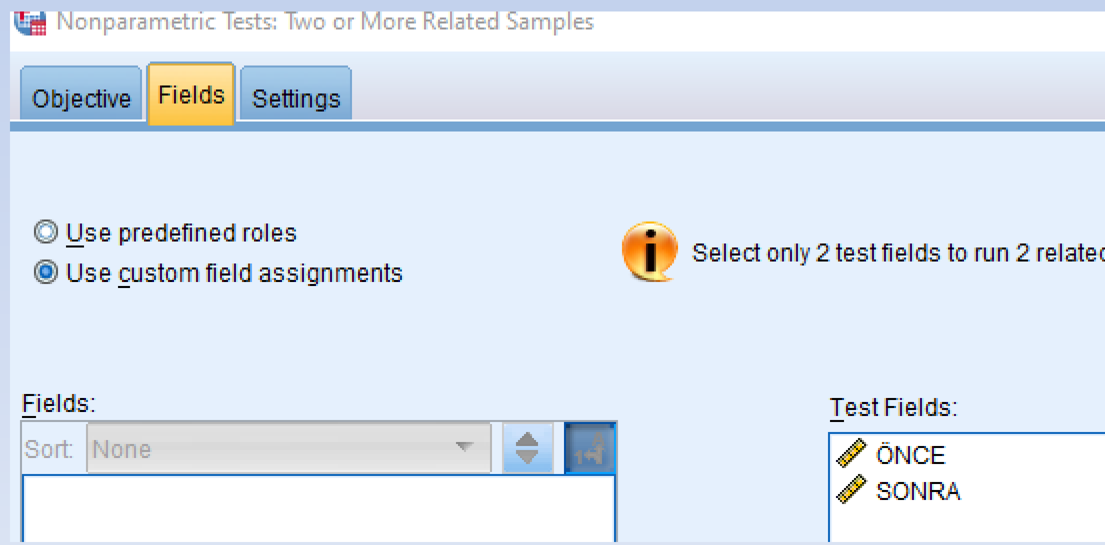
b. Wilcoxon Signed Ranks Test

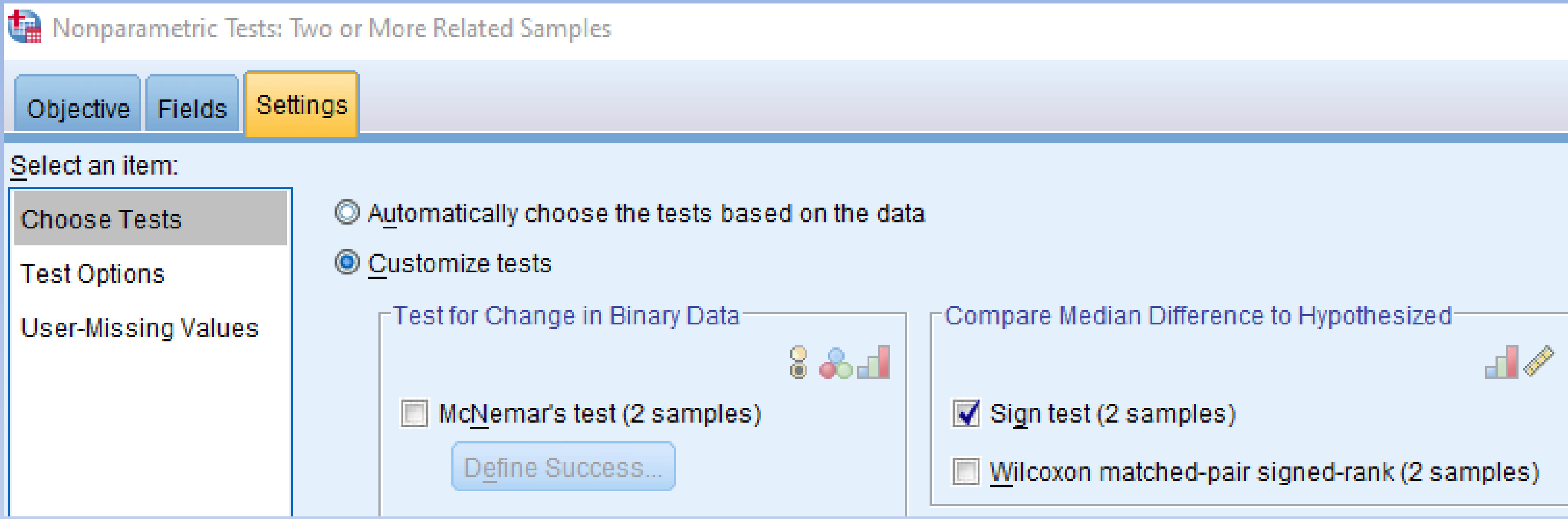
# İşaret testi

Örnek. 8 kişinin eğitim almadan önceki hedefi vurma puanları ile eğitim aldıktan sonraki puanları aşağıdaki gibidir. %5 önem seviyesinde puanlar arasında farklılık olmuş mudur?




| | ÖNCE | SONRA |
|---|---|---|
| 1 | 5 | 4 |
| 2 | 5 | 3 |
| 3 | 4 | 3 |
| 4 | 4 | 2 |
| 5 | 3 | 2 |
| 6 | 3 | 1 |
| 7 | 2 | 1 |
| 8 | 2 | 1 |





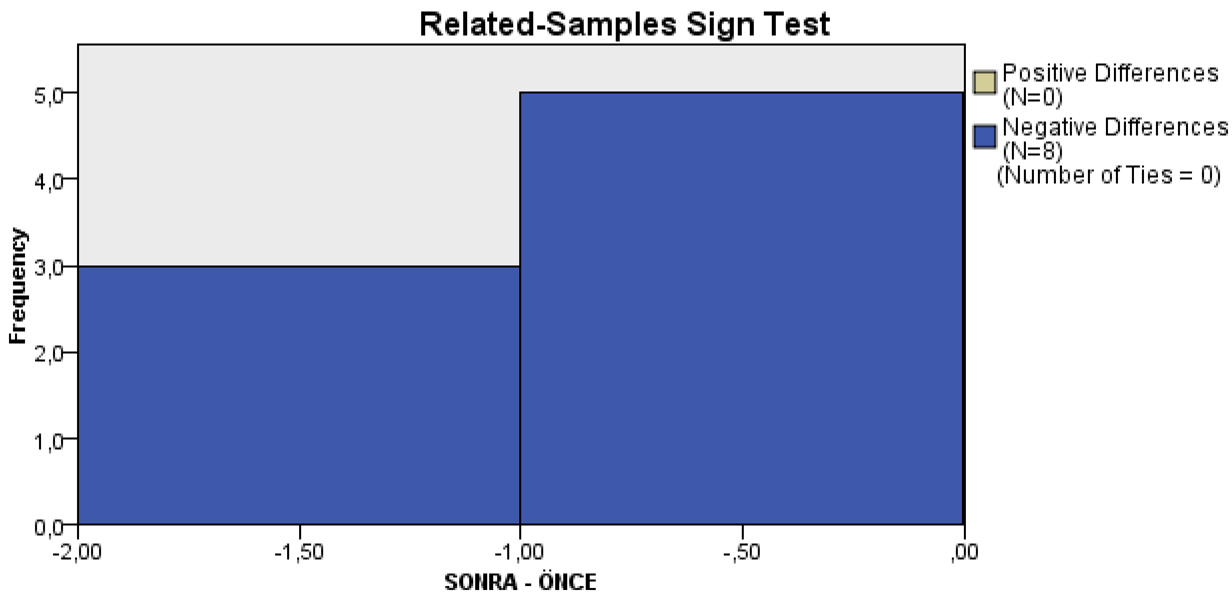

**Hypothesis Test Summary**

| | Null Hypothesis | Test | Sig. | Decision |
|---|---|---|---|---|
| 1 | The median of differences between ÖNCE and SONRA equals 0. | Related-Samples Sign Test | ,008[1] | Reject the null hypothesis. |

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

[1]Exact significance is displayed for this test.

$P=0,008<0,05$ $H_0$ red edilir. Önceki ve sonraki değerler arasında fark vardır.




| | |
|---|---|
| **Total N** | 8 |
| **Test Statistic** | ,000 |
| **Standard Error** | 1,414 |
| **Standardized Test Statistic** | -2,475 |
| **Asymptotic Sig. (2-sided test)** | ,013 |
| **Exact Sig. (2-sided test)** | ,008 |

1. The exact p-value is computed based on the binomial distribution because there are 25 or fewer cases.

# RATIO STATISTICS

**Ratio (ratio statistics algorithms)**

$$R_i = \frac{A_i}{S_i}, \qquad i = 1, \dots, n$$

**Minimum (ratio statistics algorithms)**

The smallest ratio and is denoted by $R_{\text{min}}$.

**Maximum (ratio statistics algorithms)**

The largest ratio and is denoted by $R_{\text{max}}$.

**Range (ratio statistics algorithms)**

The difference between the largest and the smallest ratios. It is equal to $R_{\text{max}} - R_{\text{min}}$.

**Median (ratio statistics algorithms)**

The middle number of the sorted ratios if $n$ is odd. The mean (average) of the two middle ratios if the $n$ is even. The median is denoted as $\tilde{R}$ .

## Average Absolute Deviation (AAD) (ratio statistics algorithms)

$$AAD = \sum_{i=1}^{n} f_i \left| R_i - \tilde{R} \right| / \sum_{i=1}^{n} f_i$$

## Coefficient of Dispersion (COD) (ratio statistics algorithms)

$$COD = 100\ \% \times \frac{AAD}{\tilde{R}}$$

## Coefficient of Concentration (COC) (ratio statistics algorithms)

Given a percentage 100% × $g$, the coefficient of concentration is the percentage of ratios falling within the interval $\left[ (1-g)\tilde{R},\ (1+g)\tilde{R} \right]$. The higher this coefficient, the better uniformity.

## Mean (ratio statistics algorithms)

$$\overline{A/S} = \overline{R} = \sum_{i=1}^{n} f_i R_i / \sum_{i=1}^{n} f_i$$

## Standard Deviation (SD) (ratio statistics algorithms)

$$s=\sqrt{\frac{1}{(F-1)}\sum_{i=1}^{n} f_i (R_i-\overline{R})^2}$$

where $F=\sum_{i=1}^{n} f_i$.

## Coefficient of Variation (COV) (ratio statistics algorithms)

$$COV=100\%\times\frac{s}{\overline{R}}$$

## Weighted Mean (ratio statistics algorithms)

$$\overline{A}/\overline{S}=\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i A_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i S_i}=\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i S_i R_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i S_i}$$

This is the weighted mean of the ratios weighted by the sales prices in addition to the usual case weights.

## Price Related Differential (a.k.a. Index of Regressivity) (ratio statistics algorithms)

$$PRD = \frac{\overline{A/S}}{\overline{A}/\overline{S}}$$

This is quotient by dividing the Mean by the Weighted Mean.

Property appraisals sometimes result in unequal tax burden between high-value and low-value properties in the same property group. Appraisals are considered *regressive* if high-value properties are under-appraised relative to low-value properties. On the contrary, appraisals are considered *progressive* if high-value properties are relatively over-appraised. The price related differential is a measure for measuring assessment regressivity or progressivity. Hence the price related differential is also known as the index of regressivity.

Recall that the [unweighted] mean weights the ratios equally, whereas the weighted mean high-value properties are under-appraised, thus pulling the weighted mean below the mean. On the other hand, if the PRD is less than 1, high-value properties are relatively over-appraised, pulling the weighted mean above the mean.

## Confidence Interval for the Median (ratio statistics algorithms)

The confidence interval can be computed under the assumption that the ratios follow a normal distribution or nonparametrically.

Distribution free (nonparametric)

Given the confidence level $100\% \times (1-\alpha)$, the confidence interval for the median is an interval $(R_{[r]}, R_{[n-r+1]})$ such that

$$1-\alpha = 1-2\ I_{0.5}(n-r+1, r) = \frac{1}{2^n} \sum_{k=r}^{n-r} \binom{n}{k},$$

where $R_{[k]}$ is the $100\% \times k/n$ quantile, and $I_{0.5}(n-r+1, r)$ is the incomplete Beta function.

An equivalent formula is

$$\frac{\alpha}{2} = I_{0.5}(n-r+1, r) = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^{r-1} \binom{n}{k}.$$

Since the rightmost term is the cumulative Binomial distribution and it is discrete, $r$ is solved as the largest value such that

$$\frac{\alpha}{2} \le \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^{r-1} \binom{n}{k}.$$

Thus the confidence interval has coverage probability of at least $1-\alpha$.

Normal distribution

Assuming the ratios follow a normal distribution, a two-sided $100\% \times (1-\alpha)$ confidence interval for the median of a normal distribution is

$$\left(\overline{R}+g_{(\alpha/2;0.5,d)} \times s, \overline{R}+g_{(1-\alpha/2;0.5,d)} \times s\right)$$

where $g_{(\gamma;p,d)}$ are values defined in Table 1 of Odeh and Owen (1980).

The value $g_{(\gamma;p,d)}$ is, in fact, the solution to the following equations:

$$\Pr(T_d \le g\sqrt{n} \mid \delta = K_p\sqrt{n}) = \gamma$$

with $T_d$ follows a noncentral Student *t*-distribution where *d* is degrees of freedom associated with the standard deviation *s*, δ is noncentrality parameter, γ is the probability, *n* is the sample size, and $K_p$ is the upper *p* percentile point of a standard normal distribution.

## Confidence Interval for the Mean (ratio statistics algorithms)

The normal distribution is used to approximate the distribution of the ratios. The $100\% \times (1-\alpha)$ confidence interval for the mean is:

$$\overline{R} \pm t_{\alpha/2;F-1} \times s / \sqrt{F}$$

where $t_{\alpha/2;F-1}$ is the upper $\alpha/2$ percentage point of the *t* distribution with $F-1$ degrees of freedom, and where $F=\sum_{i=1}^{n} f_i$.

# Confidence Interval for the Weighted Mean (ratio statistics algorithms)

Using the Delta method, variance of the weighted mean is approximated as

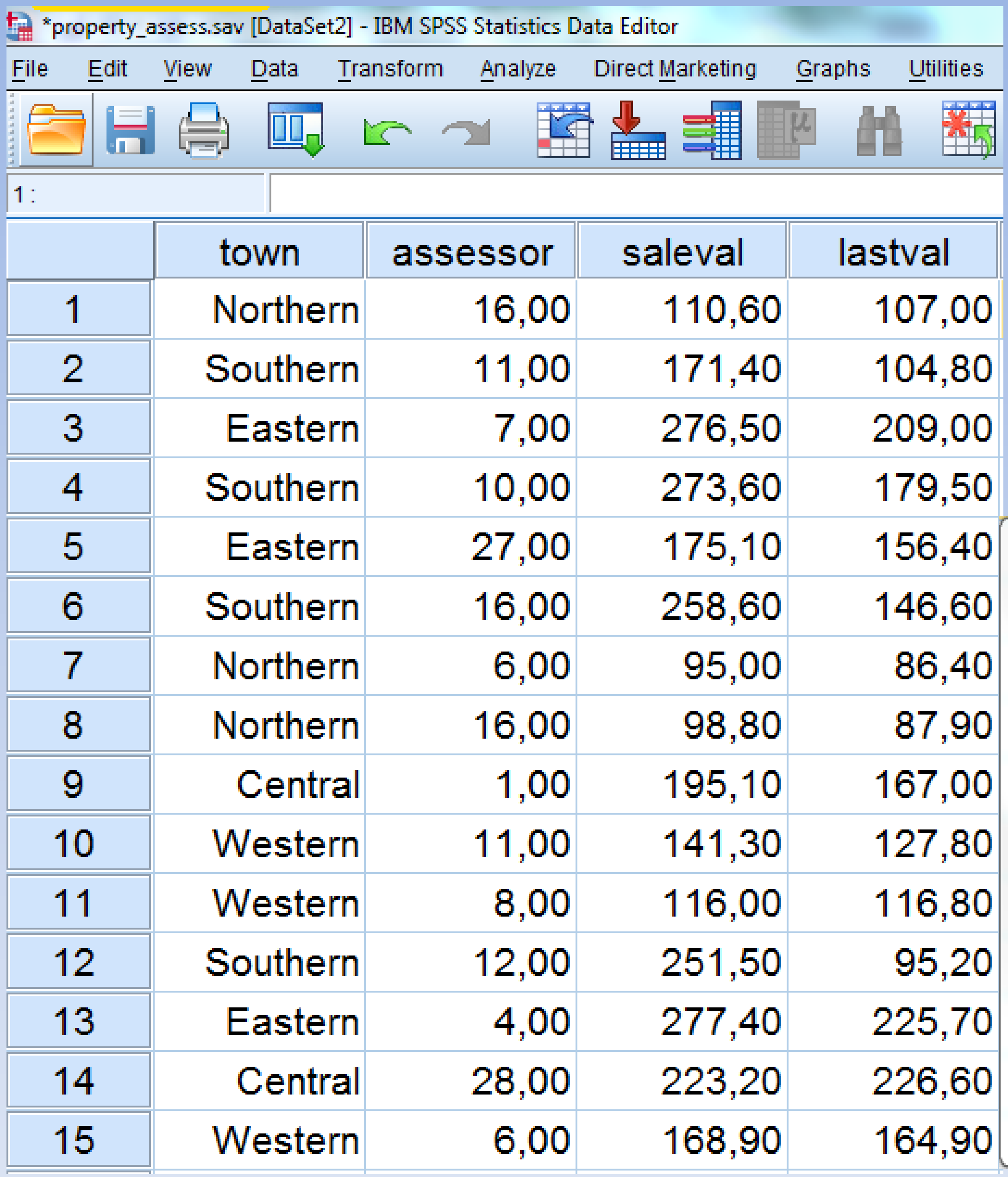
$$\operatorname{var}\left(\frac{\overline{A}}{\overline{S}}\right) \approx \frac{\operatorname{var}(\overline{A})}{\overline{S}^2} - \frac{2\overline{A}\operatorname{cov}(\overline{A},\overline{S})}{\overline{S}^3} + \frac{\overline{A}^2\operatorname{var}(\overline{S})}{\overline{S}^4}.$$

where

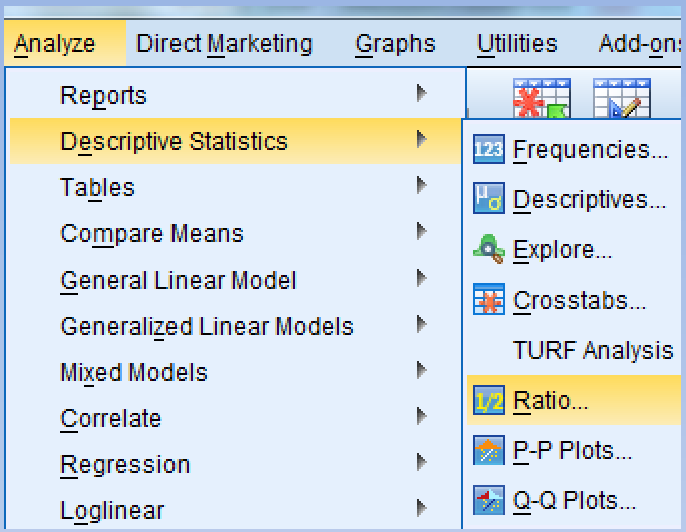
$$\operatorname{var}(\overline{A}) = \frac{1}{(F-1)}\sum_{i=1}^{n} f_i\left(A_i - \overline{A}\right)^2 \times \sum_{i=1}^{n} f_i^2 / F^2,$$

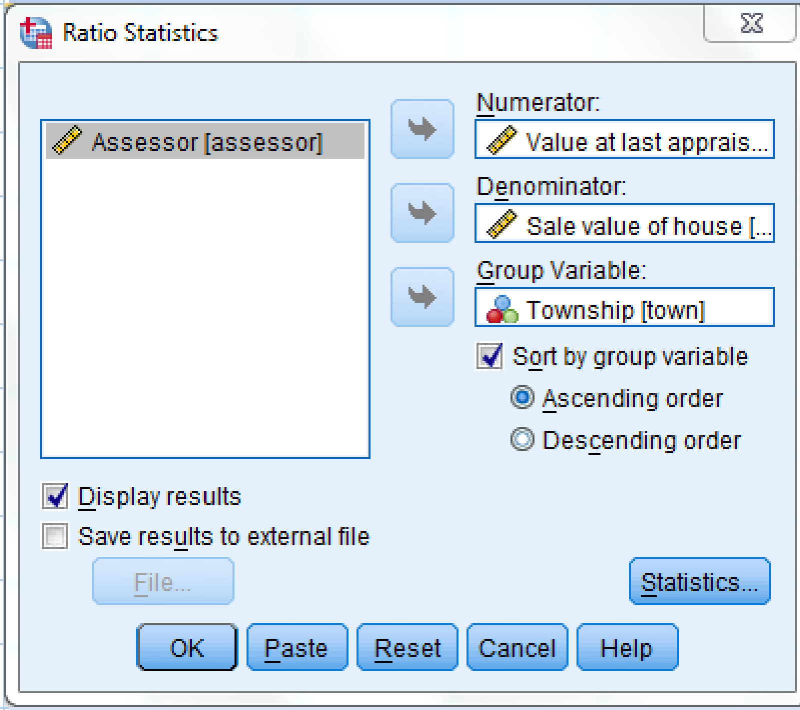
$$\operatorname{var}(\overline{S}) = \frac{1}{(F-1)}\sum_{i=1}^{n} f_i\left(S_i - \overline{S}\right)^2 \times \sum_{i=1}^{n} f_i^2 / F^2, \text{ and}$$

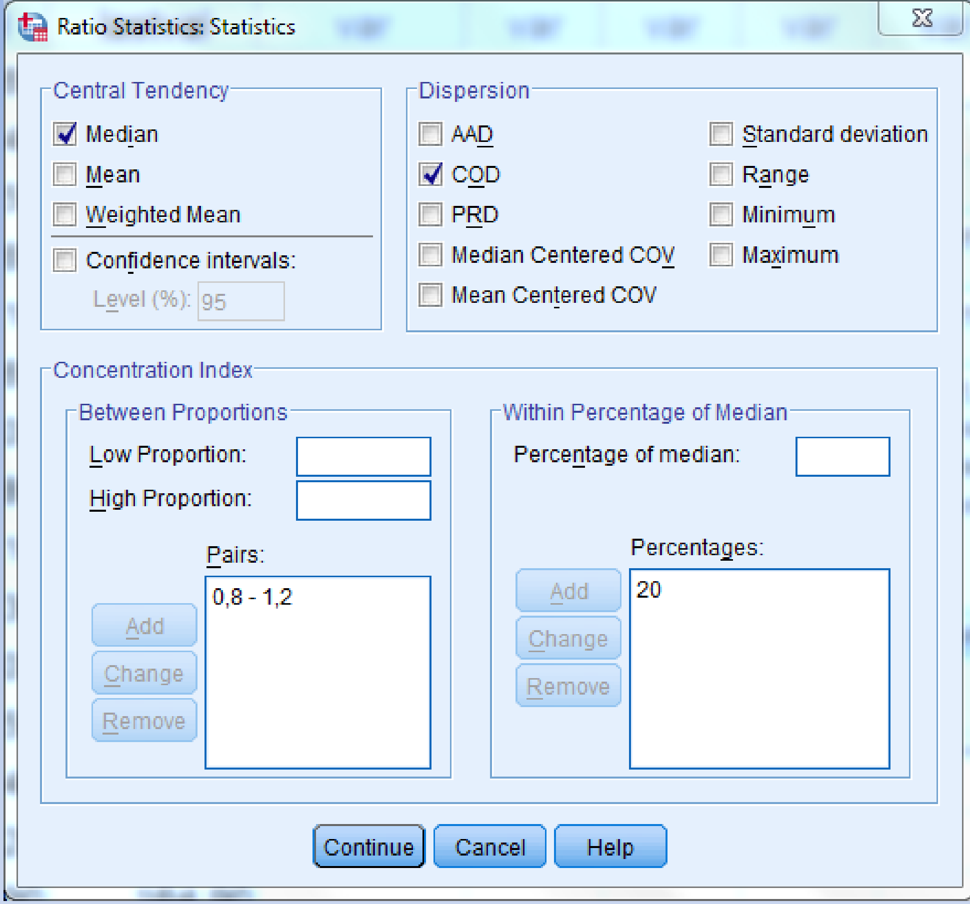
$$\operatorname{cov}(\overline{A},\overline{S}) = \frac{1}{(F-1)}\sum_{i=1}^{n} f_i\left(A_i - \overline{A}\right)\left(S_i - \overline{S}\right) \times \sum_{i=1}^{n} f_i^2 / F^2.$$




| | town | assessor | saleval | lastval |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Northern | 16,00 | 110,60 | 107,00 |
| 2 | Southern | 11,00 | 171,40 | 104,80 |
| 3 | Eastern | 7,00 | 276,50 | 209,00 |
| 4 | Southern | 10,00 | 273,60 | 179,50 |
| 5 | Eastern | 27,00 | 175,10 | 156,40 |
| 6 | Southern | 16,00 | 258,60 | 146,60 |
| 7 | Northern | 6,00 | 95,00 | 86,40 |
| 8 | Northern | 16,00 | 98,80 | 87,90 |
| 9 | Central | 1,00 | 195,10 | 167,00 |
| 10 | Western | 11,00 | 141,30 | 127,80 |
| 11 | Western | 8,00 | 116,00 | 116,80 |
| 12 | Southern | 12,00 | 251,50 | 95,20 |
| 13 | Eastern | 4,00 | 277,40 | 225,70 |
| 14 | Central | 28,00 | 223,20 | 226,60 |
| 15 | Western | 6,00 | 168,90 | 164,90 |






# Ratio Statistics

**Case Processing Summary**

| | | Count | Percent |
|---|---|---|---|
| Township | Eastern | 177 | 17,7% |
| | Central | 187 | 18,7% |
| | Southern | 205 | 20,5% |
| | Northern | 220 | 22,0% |
| | Western | 211 | 21,1% |
| Overall | | 1000 | 100,0% |
| Excluded | | 0 | |
| Total | | 1000 | |

**Ratio Statistics for Value at last appraisal / Sale value of house**

| | | | Coefficient of Concentration | |
|---|---|---|---|---|
| Group | Median | Coefficient of Dispersion | Percent between 0,8 and 1,2 inclusive | Within 20% of Median inclusive |
| Eastern | ,867 | ,128 | 67,2% | 78,5% |
| Central | ,904 | ,118 | 75,9% | 81,8% |
| Southern | ,747 | ,199 | 36,1% | 58,5% |
| Northern | ,963 | ,070 | 95,9% | 95,9% |
| Western | ,816 | ,118 | 55,5% | 84,8% |
| Overall | ,873 | ,141 | 66,3% | 75,7% |